Apostila Detalhada de Trigonometria

Do nível iniciante ao avançado

Capítulo 1 – O que é Trigonometria

A trigonometria surgiu do estudo de triângulos e da astronomia. Hoje ela é usada em engenharia, física, computação gráfica, processamento de sinais, telecomunicações e inteligência artificial. O objetivo principal é estudar relações entre ângulos, comprimentos e funções periódicas.

Capítulo 2 – Graus e Radianos

Um círculo completo possui 360 graus ou 2π radianos. Conversões: graus $\rightarrow$ radianos: multiplicar por $\pi/180$. radianos $\rightarrow$ graus: multiplicar por $180/\pi$. Valores importantes: $30°=\pi/6$, $45°=\pi/4$, $60°=\pi/3$, $90°=\pi/2$, $180°=\pi$.

Capítulo 3 – Triângulos Retângulos

Seno = cateto oposto / hipotenusa. Cosseno = cateto adjacente / hipotenusa. Tangente = cateto oposto / cateto adjacente. Essas razões dependem apenas do ângulo.

Capítulo 4 – Círculo Trigonométrico

O círculo unitário possui raio igual a 1. Todo ângulo corresponde a um ponto (cos(x), sen(x)). Quadrante I: seno+, cosseno+. Quadrante II: seno+, cosseno–. Quadrante III: seno–, cosseno–. Quadrante IV: seno–, cosseno+.

Capítulo 5 – Função Seno

$f(x)=A\cdot\text{sen}(Bx+C)+D$. Amplitude = $|A|$. Período = $2\pi/|B|$. Fase = $-C/B$. Deslocamento vertical = D. A senoide descreve ondas sonoras, vibrações e corrente alternada.

Capítulo 6 – Função Cosseno

Possui as mesmas propriedades da função seno. Relação fundamental: $\cos(x)=\text{sen}(x+\pi/2)$. O gráfico inicia no valor máximo quando x=0.

Capítulo 7 – Função Tangente

$\text{tg}(x)=\text{sen}(x)/\cos(x)$. Período π. Domínio: todos os reais exceto onde $\cos(x)=0$. Possui assíntotas verticais em $\pi/2 + k\pi$.

Capítulo 8 – Secante, Cossecante e Cotangente

$\sec(x)=1/\cos(x)$. $\text{cosec}(x)=1/\text{sen}(x)$. $\text{cotg}(x)=\cos(x)/\text{sen}(x)$. São úteis em demonstrações e simplificações algébricas.

Capítulo 9 – Identidades Fundamentais

$\text{sen}^2x + \cos^2x = 1$. $1 + \text{tg}^2x = \sec^2x$. $1 + \text{cotg}^2x = \text{cosec}^2x$. Essas relações são a base da trigonometria algébrica.

Capítulo 10 – Valores Notáveis

Memorize: $\sin(30°)=1/2$. $\cos(30°)=\sqrt{3}/2$. $\sin(45°)=\sqrt{2}/2$. $\cos(45°)=\sqrt{2}/2$. $\sin(60°)=\sqrt{3}/2$. $\cos(60°)=1/2$.

Capítulo 11 – Simetrias e Periodicidade

$\sin(-x)=-\sin(x)$. $\cos(-x)=\cos(x)$. $\tg(-x)=-\tg(x)$. Seno e tangente são funções ímpares. Cosseno é função par.

Capítulo 12 – Soma e Diferença de Ângulos

$\sin(a+b)=\sin(a)\cos(b)+\cos(a)\sin(b)$. $\cos(a+b)=\cos(a)\cos(b)-\sin(a)\sin(b)$. $\tg(a+b)=(\tg(a)+\tg(b))/(1-\tg(a)\tg(b))$. Essas fórmulas permitem calcular ângulos complexos.

Capítulo 13 – Ângulo Duplo

$\sin(2x)=2\sin(x)\cos(x)$. $\cos(2x)=\cos^2x-\sen^2x$. $\cos(2x)=2\cos^2x-1$. $\cos(2x)=1-2\sen^2x$. $\tg(2x)=2\tg(x)/(1-\tg^2(x))$.

Capítulo 14 – Meio Ângulo

Permite obter funções de $x/2$ a partir de x. Muito usada em integrais, cálculo e física matemática.

Capítulo 15 – Transformações de Gráficos

Amplitude controla a altura da onda. Período controla a repetição. Fase controla o deslocamento horizontal. Deslocamento vertical move a linha média.

Capítulo 16 – Equações Trigonométricas

Estratégia: 1. Isolar a função. 2. Encontrar soluções básicas. 3. Construir solução geral usando periodicidade.

Capítulo 17 – Inequações Trigonométricas

Utilizam análise de sinais no círculo trigonométrico. A solução normalmente é dada por intervalos.

Capítulo 18 – Lei dos Senos

$a/\sin(A)=b/\sin(B)=c/\sin(C)$. Permite resolver triângulos sem ângulo reto.

Capítulo 19 – Lei dos Cossenos

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(C)$. É uma generalização do Teorema de Pitágoras.

Capítulo 20 – Funções Inversas

$\arcsen(x)$, $\arccos(x)$ e $\arctg(x)$. Retornam ângulos a partir de valores trigonométricos.

Capítulo 21 – Números Complexos

Forma trigonométrica: $z=r(\cos\theta+i\,\sen\theta)$. Facilita multiplicações e divisões.

Capítulo 22 – Fórmula de De Moivre

(cosθ+i senθ)^n = cos(nθ)+i sen(nθ). Usada para potências e raízes complexas.

Capítulo 23 – Séries de Taylor

sen(x)=x–x³/3!+x■/5!–... cos(x)=1–x²/2!+x■/4!–... Base para aproximações numéricas.

Capítulo 24 – Aplicações

Ondas eletromagnéticas, som, GPS, robótica, visão computacional, gráficos 3D, telecomunicações e modelagem científica.

Capítulo 25 – Resumo Final

Trigonometria conecta geometria, álgebra, física e cálculo. Dominar identidades, círculo trigonométrico e gráficos permite resolver a maioria dos problemas da área.